

IX Certamen de Matemáticas Al-Bayat

Primer Ciclo

21 de Abril de 2007

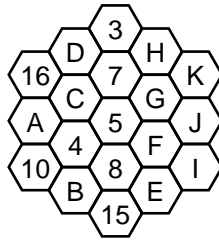
Problema 1.

Busca los cuatro enteros positivos más pequeños (A , B , C y D) que cumplan la siguiente condición:

$$10\% \text{ de } A = 20\% \text{ de } B = 30\% \text{ de } C = 40\% \text{ de } D$$

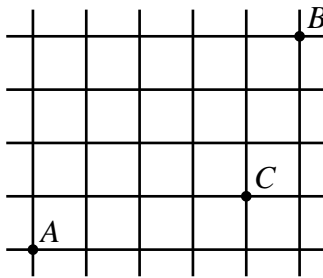
Problema 2.

Distribuye los números del 1 al 19 por los hexágonos de la figura (conservando en su lugar los que ya están colocados), de manera que cada fila vertical y cada diagonal den siempre la misma suma.



Problema 3.

Calcular el área del triángulo ABC , sabiendo que las líneas paralelas vecinas están separadas por una distancia de 2 cm.



Problema 4.

Roberto olvida muchas veces el número de teléfono (seis cifras) de su amigo Alberto, pero lo averigua con facilidad pues recuerda que empieza por 1 y que si este 1 se traslada al último lugar, el número original resulta multiplicado por tres. ¿Cuál es el número de Alberto?

Problema 5.

En una lucha entre moscas y arañas intervinieron 42 cabezas y 276 patas. ¿Cuántos luchadores había en cada bando?

Pequeña lección de biología: *Los arácnidos tienen ocho patas, y los insectos seis.*

Problema 6.

Al preguntarle al profesor de matemáticas por la edad de su hermosa sobrina Cleopatra, éste respondió: “Multiplica el número de sus brazos por el número de sus piernas y luego por el número primo de sus admiradores y obtendrás la edad de mi sobrina, un número perfecto, como ella”. ¿Qué edad tenía Cleopatra? Un número perfecto es aquel que es igual a la suma de sus divisores (excepto él mismo). Por ejemplo, el 6 es un número perfecto ya que los divisores de 6 son 1, 2, 3, 6 y se cumple que $6 = 1 + 2 + 3$.

IX Certamen Al-Bayat

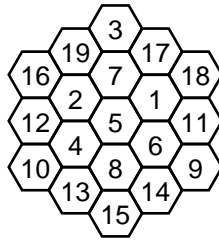
Soluciones del Primer Ciclo

1. Tenemos $0,1A = 0,2B = 0,3C = 0,4D \Leftrightarrow A = 2B = 3C = 4D$. Entonces A es múltiplo de 2, 3 y 4, y por tanto también es múltiplo de $\text{MCD}(2, 3, 4) = 12$, por lo que el menor valor posible de A es 12. A partir de él tenemos $B = 6$, $C = 4$ y $D = 3$.

2. El valor de las letras es

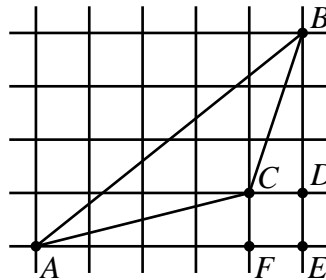
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
12	13	2	19	14	6	1	17	9	11	18

y resultado es



3. Considerando los puntos D , E y F de la figura, y contando cuadros tenemos que el área de ABC es

$$\begin{aligned}
 (ABC) &= (AEB) - (AFC) - (CDB) - (CDEF) \\
 &= \frac{5 \cdot 4}{2} - \frac{4 \cdot 1}{2} - \frac{1 \cdot 3}{2} - 1 = \frac{11}{2},
 \end{aligned}$$



y como cada cuadro tiene 4 cm^2 , resulta que $(ABC) = 22 \text{ cm}^2$.

4. Sea $N = 100000 + x$ con x un número de cinco cifras. Entonces $3N = 10x + 1 \Rightarrow 300000 + 3x = 10x + 1 \Rightarrow 7x = 299999 \Rightarrow x = 42857$ y $N = 142857$.

5. Las moscas tienen seis patas y las arañas ocho, así que si las ponemos todas a seis patas habría $42 \times 6 = 252$ patas, por lo que nos faltarían $276 - 252 = 24$ patas, que corresponden a $24/2 = 12$ arañas y $42 - 12 = 30$ moscas.

6. Entendemos que Cleopatra tiene dos brazos y dos piernas, y vamos buscando por los múltiplos de 4 hasta que encontramos: $28 = 14 + 7 + 4 + 2 + 1$.